

Penerapan dan Analisa Model Antrian Tunggal Dengan Pelayanan Ganda

Richasanty Septima S, S.Si, M.Mat

NIDN : 1330098501

Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Teknik, Universitas Gajah Putih

Jl. Takengon-Isaq Blang Bebangka No 10 Takengon, Aceh Tengah

Email : richaseptima@gmail.com

ABSTRAK

Masalah antrian yang diambil sebagai contoh merupakan model antrian $M/M/C - GD/\infty/\infty$, dimana data yang diambil sebagai contoh diperoleh dengan $\mu = 3$ orang / 10 menit, $\rho = 1,89$ dan $\lambda = 5$ orang / 10 menit. Selanjutnya data yang diperoleh dianalisa dengan menggunakan ukuran-ukuran dasar teori antrian dengan memberikan perbandingan nilai ukuran-ukuran tersebut dengan jumlah fasilitas pelayanan yang berbeda. Dari analisa data ini kemudian dilakukan pengambilan keputusan untuk menentukan jumlah fasilitas pelayanan yang paling optimal.

Keywords : *Teori antrian, model antrian tunggal, distribusi poisson dan eksponensial.*

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Sering terjadidalam kehidupan sehari-hari adanya barisan penungguan yang disebut sebagai antrian. Hal ini dikarenakan yang membutuhkan pelayanan harus menunggu untuk memperoleh pelayanan yang diperlukan. Pada umumnya antrian sering terjadi pada system ekonomi dan dunia bisnis yang sebagian besar beroperasi pada sumber daya yang relative terbatas.

Sebagian besar orang-orang sadar atau tidak sadar paling tidak pernah mengalami apa yang dinamakan antri, seperti antri pada loket-loket di bank, antri untuk mendapatkan pelayanan kesehatan, antri untuk mendapatkan tiket pertunjukkan, antri pada saat pendaftaran ulang (mahasiswa) dan sebagainya. Namun bukan manusia saja yang mengalami antrian, bahkan barang-barang pun terkadang terlibat dalam antrian, misalnya kendaraan-kendaraan, surat-surat yang akan disortir dikantor pos, pesawat-pesawat yang akan mendarat dan sebagainya.

Antrian yang sangat panjang dan terlalu lama akan merugikan pihak yang membutuhkan jasa pelayanan. Biasanya tambahan fasilitas pelayanan dapat dilakukan untuk mengurangi panjangnya antrian yang terjadi. Namun, biaya untuk menambah fasilitas pelayanan tersebut tidaklah sedikit bahkan mungkin dapat menimbulkan pengurangan keuntungan sampai batas yang tidak diterima. Sebaliknya bila antrian yang terjadi sangat panjang akan menyebabkan hilangnya para pelanggan yang telah ada. Oleh Karen itu pihak pemberi pelayanan pun perlu sekali untuk mencapai kondisi yang optimal, yaitu suatu kondisi dimana deret antriannya cukup

pendek agar yang membutuhkan pelayanan tidak merasa dirugikan.

Identifikasi Masalah

Antrian merupakan masalah yang seringkali terjadi dalam kehidupan manusia sebagai makhluk social. Untuk itu pelayanan yang baik dan tidak merugikan merupakan harapan bagi setiap pelanggan. Kecepatan pelayanan tidak mempengaruhi jumlah satuan dalam antrian dan satuan-satuan yang membentuk garis tunggu atau antrian tersebut dilayani sesuai dengan disiplin PMPK (Pertama Masuk Pertama Keluar). Melalui penerapan studi antrian pada berbagai sector maka akan dapat mengurangi dua biaya sekaligus yaitu biaya menunggu akibat antrian dan biaya penambahan fasilitas pelayanan sehingga kondisi optimal akan terjadi.

Batasan Masalah

Dalam penulisan ini, pembahasan dibatasi berkisar pada penggunaan antrian tunggal dengan pelayanan ganda yaitu antrian yang mempunyai dsitribusi kedatangan poisson, waktu pelayanan yang berdistribusi eksponensial dan disiplin antrian yang digunakan adalah PMPK, serta kedatangan pelanggan tidak secara bersamaan atau kedatangan pelanggan terjadi satu-satu pada selang waktu tertentu.

Tujuan Penulisan

Penulisan ini bertujuan untuk mempelajari teori antrian, khususnya mengenai sistem tunggal dengan pelayanan ganda yang sering terjadi pada kehidupan sehari-hari. Melalui teori ini

diusahakan dapat meminimumkan biaya menunggu dan biaya pelayanan.

Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penulisan adalah :

1. Memberikan landasan pengetahuan yang berguna tentang antrian.
2. Memberikan gambaran mengenai studi antrian dalam penggunaannya pada sebuah kasus khususnya tentang sitem antrian yang mempunyai distribusi kedatangan poisson dan pelayanan yang berdistribusi eksponensial.
3. Diharapkan studi ini dapat menjadi masukan agar keseimbangan antara biaya tunggu dan biaya pelayanan dapat tercapai.

TINJAUAN KEPUSTAKAAN

Teori antrian

Menurut Robert B. Cooper (1990), teori antrian adalah teori matematis yang digunakan untuk menguraikan teori matematika mengenai garis antrian dengan lebih spesifik. Model antrian berkenaan dengan seluruh aspek dan situasi dimana pelanggan harus antri untuk mendapatkan suatu layanan. Barisan natrian merupakan fenomena yang terjadi bila permintaan terhadap pelayanan melebihi kapasitas yang diinginkan baik oleh pelanggan maupun oleh pihak bank.

Melalui penerapan teori antrian diberbagai bidang, ternyata dapat meminimumkan biaya, yaitu biaya langsung penyediaan fasilitas pelayan dan biaya tidak langsung yang timbul karena para individu harus menunggu untuk dilayani. Bila suatu system mempunyai fasilitas pelayan lebih dari optimal, berarti membutuhkan investasi modal yang berlebihan, namun bila jumlahnya kurang dari optimal hasilnya adalah tertundanya pelayanan dan kehilangan pelanggan.

Karakteristik Antrian

Sistem antrian terdiri dari beberapa jenis dan dapat dibedakan sesuai dengan tingkah lakunya yaitu sebagai berikut :

1. Sumber masukan
Sumber masukan dari suatu sistem antrian terdiri atas suatu populasi orang, barang, komponen atau kerja yang datang pada sitem untuk dilayani.
2. Pola kedatangan
Cara dimana individu-individu dari populasi memasuki sistem disebut pola kedatangan. Secara teori, waktu kedatangan antara satuan dengan satuan berikutnya dianggap acak dan bebas dengan kata lain suatu kedatangan sebelumnya atau sesudahnya.
3. Disiplin antrian

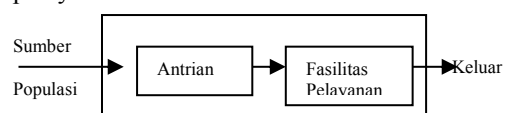
Disiplin antrian menunjukkan pedoman keputusan yang digunakan untuk menyeleksi individu-individu yang memasuki antrian untuk dilayani terlebih dahulu. Ada 4 (empat) bentuk disiplin pelayanan yang biasa digunakan yaitu :

- a. Pertama masuk pertama keluar (PMPK)
 - b. Prioritas (Priority service)
 - c. Secara acak, yaitu panggilan didasarkan pada peluang secara random, tidak soal siapa yang lebih dulu tiba
 - d. Terakhir masuk pertama keluar (TMPK)
4. Mekanisme pelayanan
Ada tiga aspek yang harus diperhatikan dalam mekanisme pelayanan, yaitu :
 - a. Tersedianya pelayanan
 - b. Kapasitas pelayanan
 - c. Lama berlangsungnya pelayananKetiga aspek tersebut merupakan variabel bebas dan boleh jadi sudah tetap atau mungkin tidak.
 5. Panjang antrian
Panjang antrian ada yang terbatas dan ada yang tidak terbatas, ada sitem antrian yang dapat menampung sejumlah individu yang relative besar, dan ada pula sistem yang mempunyai kapasitas terbatas.

Model Antrian

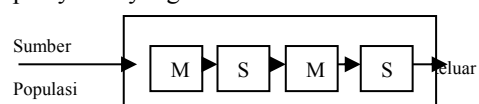
Menurut Buffa (1984) ada 4 (empat) struktur utama antrian dasar yang umum terjadi dalam sistem antrian yaitu :

- a. Single Channel-Single Phase
Single Channel-Single Phase berarti bahwa hanya ada satu jalur untuk memasuki sistem pelayanan dan hanya ada satu stasiun pelayanan.



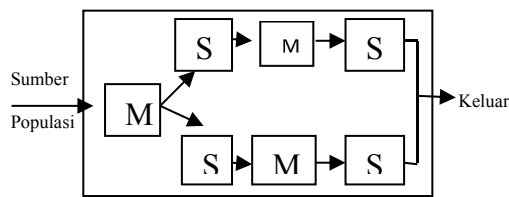
Gambar 2.1 Model antrian Single Channel-Single Phase

- b. Single Channel-Multi Phase
Multi Phase menunjukkan ada dua atau lebih pelayanan yang dilaksanakan secara berurutan.



Gambar 2.2 Model antrian Single Channel-Multi Phase

- c. Multi Channel-Multi Phase
Multi Channel-Single Phase terjadi kapan saja dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrian tunggal.



Gambar 2.4 Model antrian Multi Channel-Multi Phase

Ket :

M = antrian

S = fasilitas pelayanan

Minimisasi Biaya

Menurut Siagian (1987), tujuan dasar model-model antrian adalah untuk meminimumkan total dua biaya, yaitu biaya tidak langsung (indirect cost) pada individu-individu yang menunggu dan biaya langsung (direct cost) untuk penyediaan pelayanan.

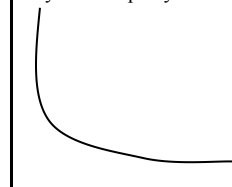
- Biaya menunggu

Biaya menunggu mencakup biaya menganggurnya karyawan, kehilangan penjualan, kehilangan langganan, tingkat persediaan yang berlebihan, kehilangan kontrak, kemacetan system, atau kehilangan kepercayaan dalam manajemen.

- Biaya pelayanan

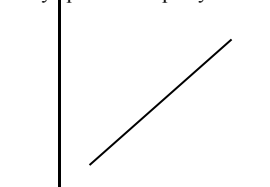
Biaya menunggu mungkin dapat dikurangi dengan menambah fasilitas pelayanan, tetapi hal ini akan menaikkan biaya penyediaan pelayanan.

Biaya waktu pelayanan



Gambar 2.5 Hubungan antara tingkat pelayanan dan biaya waktu pelayanan

Biaya pemberian pelayanan



Gambar 2.6 Hubungan tingkat pelayanan dan biaya pengadaan fasilitas pelayanan

Sebaran Kedatangan

Menurut Siagian (1987), pada sebaran kedatangan system antrian dengan kedatangan acak maka, distribusinya merupakan distribusi Poisson. Demikian juga untuk waktu yang dibutuhkan untuk melayani pelanggan yaitu berdistribusi eksponensial.

Dua hal penting dari kedatangan acak adalah :

- Kedatangan tersebut tidak tergantung satu sama lain dan tidak tergantung dari keadaan sistem.
- Peluang dari suatu kedatangan selama waktu tertentu tergantung hanya pada panjangnya selang waktu.

Dengan menggunakan induksi, maka sebaran kedatangan dari n satuan secara acak dalam antrian pada waktu t yaitu :

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}, \quad n \geq 0, t \geq 0$$

Dengan demikian distribusi dari sebaran kedatangan adalah distribusi Poisson dengan parameter λt dimana rata-rata dan variansnya adalah λt .

Sebaran Pelayanan

Bronson (1988) menyatakan bahwa lama pelayanan adalah lamanya waktu yang dihitung sejak kedatangan pelanggan dalam system antrian sampai selesai pelayanan.

Pada distribusi Eksponensial diasumsikan bahwa waktu pelayanan bersifat acak, artinya waktu melayani pelanggan tidak tergantung dari jumlah pelanggan yang sedang menunggu untuk dilayani. Peluang untuk kedatangan yang akan datang dalam selang waktu sepanjang Δt , tidak tergantung pada saat terakhir, hanya tergantung pada panjang selang Δt . Waktu kedatangan pelanggan mengikuti dan memenuhi asumsi Poisson, dengan kedatangan pertama kali adalah waktu T_1 , kedatangan kedua pada waktu $T_1 + T_2$, dan seterusnya. Kedatangan pertama terjadi setelah waktu t dan jika dan hanya jika tidak ada kedatangan dalam selang waktu $[0, t]$, maka diperoleh :

$$\{T_1 > t\} = \{N(t) = 0\}$$

Sehingga

$$\begin{aligned} P\{T_1 > t\} &= \{N(t) = 0\} \\ &= \frac{(\lambda t)^0 e^{-\lambda t}}{0!} \\ &= e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Jadi peluang bahwa pada selang $[0, t]$ akan muncul distribusi kumulatif dari distribusi Eksponensial dengan parameter λ , dengan demikian T_1 berdistribusi Eksponensial dengan rata-rata $1/\lambda$, demikian juga dengan $T_2, T_3, \dots$, juga berdistribusi Eksponensial.

Uji Sebaran Distribusi

Soetarto (1985) menyatakan bahwa proses Poisson masih harus diuji kesesuaiannya dengan kenyataan yang ada, sebelum diuji model tersebut diterapkan sebagai model prediksi. Misalkan sample acak n pertibaan pelanggan berhasil dicatat selang antar waktu kedatangan masing-masing, misalkan $t_1, t_2, \dots, t_n$, maka uji kesesuaian model dengan Chi-Kuadrat dapat digunakan untuk maksud itu.

Hipotesis nol diuji dengan statistik

$$\chi^2 = \sum_{n=0}^k \frac{(f_i - E_n)^2}{E_n}$$

dimana,

f_n = frekuensi pengamatan dalam interval ke-i

E_n = frekuensi yang diterapkan dalam interval ke-i

k = jumlah interval

E_n (frekuensi yang diharapkan dalam interval ke-i) merupakan suatu nilai harapan dari distribusi prediksi, atau jelasnya $E_n = P_n(t) \sum_{i=0}^k f_i$ dengan $P_n(t)$ sebagai fungsi peluang distribusi prediksi. Jika hipotesis H_0 benar maka Persamaan uji mempunyai pendekatan distribusi Chi-Kuadrat untuk n yang besar, H_0 diterima jika $X^2 \geq X^2_{1-\alpha}$ (dk).

Faktor Utilisasi

Menurut Siagian (1987), factor utilisasi untuk fasilitas pelayanan merupakan rata-rata waktu sibuk pemberi pelayanan. Perhitungan dalam teori antrian berdasarkan syarat bahwa sistem berada dalam kondisi *steady state*.

Ukuran kondisi steady state adalah :

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$$

dimana,

λ = tingkat kedatangan rata-rata per satuan waktu

μ = banyaknya pelanggan yang dilayani per satuan waktu

ANALISA SISTEM ANTRIAN

Sistem Antrian M/M/C-GD/ ∞/∞

Sistem antrian model M/M/C-GD/ ∞/∞ disebut juga sistem antrian saluran ganda (Multi channel), dimana untuk melayani para pelanggan dipasang sebanyak c fasilitas pelayanan secara paralel sehingga setiap pelanggan dalam antrian dapat dilayani lebih dari satu fasilitas pelayanan.

Pada saluran ganda merupakan model antrian dimana rata-rata tingkat kedatangan lebih kecil daripada rata-rata tingkat pelayanan keseluruhan. Adapun kondisi-kondisi yang harus dipenuhi dalam model antrian ini adalah :

1. Jumlah unit kedatangan digambarkan dengan distribusi Poisson,
2. Waktu pelayanan digambarkan dengan distribusi Eksponensial,
3. disiplin antrian yang digunakan adalah PMPK (Pertama masuk pertama keluar),
4. Populasi tidak terbatas,
5. Ada beberapa fasilitas pelayanan,
6. Rata-rata tingkat kedatangan lebih kecil daripada rata-rata tingkat pelayanan,
7. Ruang tunggu yang tersedia untuk pelanggan dalam antrian tidak terbatas.

Jika ke-tujuh kondisi tersebut diatas terpenuhi maka dapat dilakukan analisa sistem antrian.

Menurut Siagian (1987), didalam sistem antrian saluran ganda, ada beberapa fasilitas pelayanan yang paralel sebanyak c , dimana keadaan sistem khususnya ada n pelanggan dalam

sistem pada suatu waktu tertentu, dapat diasumsikan untuk mengambil 2 (dua) nilai :

1. Tidak ada antrian, karena semua pelanggan yang datang sedang menerima pelayanan ditempat pelayanan ($n \leq c$)
2. Terjadi suatu antrian, karena pelanggan yang datang lebih besar dari kemampuan fasilitas pelayanan untuk melayani ($n \geq c$)

Jika jumlah pelanggan dalam sistem n , sama dengan atau melebihi jumlah fasilitas pelayanan c maka rata-rata tingkat pelayanan dari fasilitas adalah $c\mu$ dan jika n lebih kecil atau kurang dari c maka rata-rata tingkat pelayanan adalah $n\mu$.

$$\lambda_n = \lambda, \quad n \geq 0$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu & n \leq c \\ c\mu & n \geq c \end{cases}$$

Untuk keadaan steady state berlaku apabila perbandingan rata-rata tingkat kedatangan dan tingkat kemungkinan pelayanan yang maksimum μ , untuk semua fasilitas pelayanan sebanyak c adalah :

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} < 1$$

Rata-rata banyaknya pelanggan dalam antrian untuk saluran tunggal diketahui :

$$E(N_w) = \frac{\lambda}{\mu} \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda} \right)$$

Karena laju pelayanan saluran harus diubah ke laju pelayanan mekanisme maka :

$$E(N_w) = f(b) \left(\frac{\lambda}{c\mu - \lambda} \right)$$

dimana $f(b)$ = peluang waktu sibuk untuk saluran ganda

$$f(b) = P[n \geq c] = \frac{\rho^c \mu c}{c!(\mu c - \lambda)} \cdot P_0$$

$$= \frac{\rho^c \mu c}{c!(1 - \frac{\rho}{c})} \cdot P_0$$

Dengan ditentukan rata-rata banyaknya pelanggan dalam antrian maka dapat ditentukan :

- Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrian :

$$E(T_w) = f(b) \left(\frac{1}{c\mu - \lambda} \right)$$

- Rata-rata banyaknya pelanggan dalam sistem :

$$E(N_t) = f(b) \left(\frac{\lambda}{c\mu - \lambda} \right) + \frac{\lambda}{\mu}$$

- Rata-rata waktu yang dihabiskan pelanggan dalam sistem:

$$E(T_t) = f(b) \left(\frac{1}{c\mu - \lambda} \right) + \frac{1}{\mu}$$

Pengujian Statistik

Prosedur pengujian Chi-Kuadrat :

1. Tentukan jumlah interval kelas (k),
2. Perhitungan

$$X^2 = \sum_{n=0}^k \frac{(f_i - E_n)^2}{E_n}$$
, nilai E_n didapat dari $E_n = \frac{\lambda^n e^{-\lambda t}}{n!} \cdot \sum_{n=0}^k f_i$, untuk $n, i = 0, 1, 2, \dots, k$ atau bila λt dinyatakan tetap dalam perselang waktu maka $\lambda t = \lambda$, sehingga $E_n = \frac{\lambda^n e^{-\lambda t}}{n!} \cdot \sum_{n=0}^k f_i$ atau $E_n = P_n(t) \sum_{n=0}^k f_i$, untuk $n, i = 0, 1, 2, \dots, k$
3. Pemilihan suatu tingkat signifikan
4. Tentukan jumlah derajat kebebasan
5. Mencari nilai kritis $X^2_{1-\alpha}$ (dk) pada tabel
6. Jika $X^2_{1-\alpha}$ (dk) < X^2_{test} maka H_0 ditolak. Dengan demikian hipotesa bahwa pola pertibaan berdistribusi Poisson tidak diterima, sebaliknya bila $X^2_{1-\alpha}$ (dk) $\geq X^2_{test}$ maka H_0 diterima, sehingga dapat diyakini bahwa pola pertibaan mengikuti distribusi Poisson.

Model Ongkos

- **Menentukan rata-rata tingkat pelayanan (μ) yang optimum**

Siagian (1987) menyatakan model ongkos diterapkan pada sitem antrian saluran tunggal dimana rata-rata tingkat kedatangan (λ) diketahui.

$$T\{C(\mu)\} = C_1 \cdot \mu + C_2 \cdot E(N_t)$$

$$= C_1 \cdot \mu + C_2 \cdot E\left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right)$$

karena μ adalah kontinu maka harga optimum dapat ditentukan dengan mencari turunan dari $T\{C(\mu)\}$ terhadap μ , dengan demikian jumlah μ yang optimum adalah :

$$\mu^0 = \lambda \pm \sqrt{\frac{C_2 \lambda}{C_1}}$$

- **Menentukan jumlah pelayan yang optimum**

Model ongkos ini akan menentukan jumlah pelayan yang optimum pada system antrian saluran ganda.

Dianggap μ dan λ adalah tetap, sehingga :

$$T\{C(\mu)\} = C_1 \cdot \mu + C_2 \cdot E(N_t)$$

dimana :

C_1 = biaya tiap pelayanan tambahan per satuan waktu

C_2 = biaya tunggu pelanggan per satuan waktu

$E_c(N_t)$ = rata-rata banyaknya pelanggan dalam sistem yang berlaku untuk system antrian saluran ganda

Untuk membuat prosedur perhitungan lebih efisien, harus ditentukan syarat perlu berikut :

$$T\{C(c-1)\} \geq T C(c) \quad \text{dan} \quad T\{C(c+1)\} \geq T C(c)$$

Dengan demikian diperoleh :

$$E_c(N_t) - E_{c+1}(N_s) \leq \frac{C_1}{C_2} \leq E_{c-1}(N_s) - E_c(N_t)$$

Model Tingkat Aspirasi

Tingkat aspirasi ditentukan sebagai batas atas terhadap nilai-nilai ukuran yang bertentangan yang ingin diseimbangkan oleh pengambil keputusan. Dengan menentukan jumlah pelayanan c , model tingkat aspirasi dapat dirumuskan sedemikian rupa sehingga :

$$E(T_t) \leq \alpha \quad \text{dan} \quad X \leq \beta$$

dimana $E(T_t)$ diketahui dari analisa system antrian M/M/C-GD/ ∞/∞ , dan nilai X diberikan oleh :

$$X = \frac{100}{c} \sum_{n=0}^c c - n \cdot P_n$$

$$X = 100(1 - \frac{\rho}{c})$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengumpulan dan pengolahan data

Bank Rakyat Indonesia (BRI) mempunyai sejumlah nasabah. Nasabah yang melakukan transaksi di bank ini dilayani oleh 4 orang teller. Kedatangan nasabah dicatat dalam interval waktu 10 menit. Ingin diketahui apakah jumlah teller yang tersedia efisien dalam melayani nasabah. Berikut adalah tabel data jumlah kedatangan nasabah di BRI:

Tabel 4.1 Jumlah kedatangan nasabah di BRI

Jumlah kedatangan (n)	Frekuensi (fi)	N x fi
0	2	0
1	6	6
2	15	30
3	27	81
4	19	76
5	31	155
6	22	132
7	16	112
8	7	56
9	8	72
10	7	70
11	5	55
12	1	12
Jumlah	166	857

Tabel 4.2 Data lama pelayanan nasabah

Hari/Tanggal/periode waktu	Jumlah nasabah yang dilayani (org)	Lama Pelayanan (Menit)
Senin/1 Jan 08/08.20-11.59	144	465

Selasa/2 Jan 08/ 08.00-09.49	56	209
Rabu/3 Jan 08/ 08.00-11.59	107	411
Kamis/4 Jan 08/ 09.00-11.59	67	237
Jumat/5 Jan 08/ 08.00-11.30	62	200
Senin/6 Jan 08/ 08.00-11.59	64	269
Selasa/ 7 Jan 08/ 08.20-11.00	129	471
Rabu/8 Jan 08/ 08.00-11.00	39	155
Kamis/9 Jan 08/ 08.00-10.00	105	383
Jumat/10 Jan 08/ 08.00-11.30	84	313
Jumlah	857	3113

Perhitungan Parameter

Untuk mendapatkan kecepatan rata-rata kedatangan nasabah dan rata-rata kecepatan pelayanan nasabah perlu dilakukan beberapa parameter.

• Perhitungan parameter kedatangan pelayanan (λ)

dari tabel 4.1 diperoleh:

1. Jumlah kedatangan :

$$\sum_{n=0}^{10} n.f_i = 857$$

2. Frekuensi pengamatan :

$$\sum_{n=0}^{10} f_i = 166$$

Sehingga kecepatan rata-rata kedatangan per satuan waktu (10 menit) adalah :

$$\lambda = \frac{\sum_{n=0}^{10} n.f_i}{\sum_{n=0}^{10} f_i} = \frac{857}{166} = 5,16 \approx 5,2 \text{ orang}$$

Jadi rata-rata kedatangan nasabah dalam waktu 10 menit adalah 5 orang.

• Perhitungan parameter tingkat pelayanan (μ)

Dari tabel 3.2 dapat dihitung rata-rata pelayanan terhadap nasabah :

$$\frac{1}{\mu} = \frac{3113}{857} = 3.63 \text{ menit / orang}$$

$$\mu = \frac{1}{3.63 \text{ menit/orang}} = 0,275 \text{ orang / menit}$$

Sehingga rata-rata kecepatan pelayanan:

$$\mu = 0,275 \times \frac{10 \text{ menit}}{10 \text{ menit}} = 2,75 \text{ orang / 10 menit}$$

Jadi rata-rata kecepatan pelayanan dalam waktu 10 menit adalah 3 orang.

• Uji kedatangan nasabah

1. H_0 : Distribusi kedatangan mengikuti distribusi Poisson
 H_1 : Distribusi kedatangan tidak mengikuti distribusi Poisson
2. Taraf nyata pengujian $\alpha = 0,01$
3. $\lambda = 4,9$ orang dengan $n = 0, 1, 2, \dots, 10$
4. $\chi^2_{test} = \sum_{n=0}^{12} \frac{(f_i - E_n)^2}{E_n} = 19,072$
5. Berdasarkan tabel distribusi Chi-Kuadrat diperoleh $\chi^2_{tabel}(0,01 : 10) = 23,21$
6. Karena $\chi^2_{tes} < \chi^2_{tabel}$ yaitu $19,072 < 23,21$ maka hipotesa H_0 diterima. Hal ini berarti bahwa distribusi jumlah kedatangan berselang 10 menit nasabah BRI mengikuti distribusi Poisson.

• Perhitungan karakteristik sistem antrian

Untuk mendapatkan karakteristik sistem meliputi :

1. Intensitas lalu lintas (ρ),
2. Peluang masa menganggur teller (P_t),
3. Peluang waktu sibuk teller ($f(b)$),
4. Jumlah rata-rata nasabah dalam antrian ($E(N_w)$),
5. Jumlah rata-rata nasabah dalam system ($E(N_t)$),
6. Waktu rata-rata nasabah dalam antrian ($E(T_w)$),
7. Waktu rata-rata nasabah dalam sistem ($E(T_t)$),
8. Persentase waktu teller yang percuma (X)

Tabel 3.3 Distribusi frekuensi pengamatan nasabah

N	f_i	$N \times f_i$	P_n	E_n	χ^2_{test}
0	2	0	0.005	0.91	1.306
1	6	6	0.0286	4.75	0.329
2	15	30	0.0744	12.34	0.573
3	27	81	0.1289	21.40	1.465
4	19	76	0.1676	27.81	2.791
5	31	155	0.1743	28.93	0.148
6	22	132	0.1510	25.07	0.376
7	16	112	0.1122	18.62	0.369
8	7	56	0.0729	12.11	2.156
9	8	72	0.0421	6.99	0.146
10	7	70	0.0219	3.65	3.075
11	5	55	0.0104	1.72	6.255
12	1	12	0.0045	0.75	0.083
Jumlah	166	857	0.9943	165.04	19.072

Dari hasil perhitungan (per satuan waktu 10 menit) diatas diperoleh :

- Laju kedatangan rata-rata (λ) = 5,2
- Laju pelayanan (μ) = 2,75

- Intensitas lalu lintas (ρ) = $\lambda/\mu = 1,89$
 Dengan syarat $\rho/c < 1$ atau $c > 1,89$ maka dapat dihitung untuk $c = 2, 3$ dan 4

Tabel 3.4 Hasil perhitungan dengan $\mu = 2,75$ orang / menit, $\rho = 1,89$ dan $\lambda = 5,2$ orang / menit

c	P_0	$F(b)$	$E(N_w)$	$E(N_t)$	$E(T_w)$	$E(T_t)$	X
2	0.0147	0.9547	17	18	3	6.8	5.5
3	0.1296	0.3941	1	3	0.13	3.8	37
4	0.1469	0.1481	0	2	0.03	3.7	52.75

Pada dasarnya pihak BRI menginginkan dan mengusahakan agar keempat teller digunakan semaksimal dan seefisien mungkin, karena itu pihak BRI perlu menyeimbangkan kedua tingkat aspirasi tersebut. Oleh karena itu kedua tingkat aspirasi tersebut harus memenuhi persamaan dibawah ini :

1. $E(T_t) \leq \alpha$, dimana α = waktu tunggu rata-rata dalam system yang diinginkan pihak BRI
2. $X \leq \beta$, dimana $X = 100(1-\rho/c)\%$

Karena keempat teller tersebut dianggap mempunyai waktu kerja 100% efektif pada saat jam kerja maka perhitungan ini dititik beratkan pada persamaan pada poin (1) dengan ketentuan α yang sesuai dengan tingkat kesibukan.

Apabila pihak BRI menginginkan waktu tunggu rata-rata nasabah dalam system sekitar 10 menit maka hanya diperlukan 2 loket teller. hal ini dapat dilihat pada perumusan berikut :

Untu $c = 2$, $E(T_t) = 6,8$ menit ≤ 10 menit , $X = 5,5\%$.

Tetapi apabila pihak BRI menginginkan waktu tunggu rata-rata nasabah tidak melebihi 5 menit maka ada 2 pilihan lagi yang dapat dipertimbangkan yaitu $c = 3$ dan $c = 4$.

Dilihat dari harga X (persentase waktu percuma), bagi BRI $c = 4$ sudah sangat efisien dalam melayani nasabah karena waktu percuma hanya 52,75%, dan untuk sementara tidak dibutuhkan lagi penambahan loket kecuali untuk antisipasi jika suatu saat nasabah melebihi kapasitas maka akan sangat dibutuhkan 1 loket cadangan.

REFERENSI

1. Bronson, R., (1988). *Teori dan soal-soal Operation Research*. Erlangga, Jakarta.
2. Buffa, E.,S., (1984). *Manajemen Produksi*. Jilid 2. Erlangga, Jakarta.
3. Dimiyati, T.,T., dan Akhmad, D., (1992). *Operation Research Model-model Pengambilan Keputusan*. Sinar Baru, Bandung.
4. Kakiay, Thomas J. (2004). *Dasar Teori Antrian*, Penerbit ANDI, Yogyakarta.
5. Hamdy, T., A., (1992). *Operation Research An Introduction 5th ed*. Macmillan Publishing Company, New York.

6. Ross M. Sheldon, (1996), *Stochastic Processes Second Edition*, John Wiley & Sons, Inc
7. Sagian, P., (1987). *Penelitian Operasional*. UI, Jakarta.
8. Soetarto, (1985). *Makalah : Pendekatan Teori Antrian Kasus : Lalu lintas Simpang Lima Banda Aceh*. Universitas Syiah Kuala, Banda Aceh.